



KARAKTERISASI PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR ATAS ALJABAR MIN-PLUS

GREGORIA ARIYANTI [NIDN. 0702017401]
ANA EASTI RAHAYU MAYA SARI [NIDN. 0726079101]

PENDAHULUAN

Semiring adalah salah satu struktur aljabar yang didefinisikan pada himpunan tak kosong dengan dua operasi biner (penjumlahan dan perkalian). Selain itu, *semiring* adalah monoid komutatif dan merupakan *semigrup* pada perkalian. Contoh *semiring* yang terkenal adalah aljabar max-plus. Selain itu, generalisasi yang lain yaitu aljabar min-plus. Sistem merupakan kumpulan dari beberapa komponen yang saling berinteraksi untuk tujuan tertentu. Beberapa struktur aljabar dapat diterapkan pada teori sistem matematika, termasuk aljabar min-plus. Suatu sistem persamaan linear dalam keterkaitannya dengan penyelesaian, mempunyai tiga kemungkinan yaitu mempunyai penyelesaian tunggal, penyelesaian banyak dan tidak mempunyai penyelesaian. Eksistensi penyelesaian tersebut sangat tergantung dari sistem persamaan linear itu sendiri. Berdasarkan latar belakang yang diberikan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini yaitu untuk mengetahui karakteristik penyelesaian sistem persamaan linear atas aljabar min-plus dengan meninjau invers matriks yang membentuk sistem tersebut, khususnya untuk matriks bukan persegi, dalam hal ini adalah invers matriks tergeneralisasi.

Jenis penelitian ini adalah penelitian murni (pure research). Yaitu penelitian yang diperuntukkan bagi pengembangan suatu ilmu pengetahuan serta diarahkan pada pengembangan teori-teori yang ada atau menemukan teori baru.

REFERENSI

- [1] Malešević B, Jovović I, Makragić M, Radičić B., *A Note on Solutions of Linear Systems*. , ISRN Algebr, 2013;2013:1–6.
- [2] G. Ariyanti, *Necessary and Sufficient Conditions for The Solutions of Linear Equation System*, Jurnal Matematika, Statistika, dan Komputasi, Universitas Hasanuddin Makassar Indonesia, 2019.
- [3] G. Ariyanti, *A Note of The Linear Equation $AX=B$ with Multiplicatively-Reguler Matrix A in Semiring*, International Conference on Applied & Industrial Mathematics and Statistics (ICoAIMS) 2019, Journal of Physics: Conference Series, 2019.
- [4] I. Kuswandari, Fatmawati, dan M.I. Utoyo, *Eksistensi solusi persamaan Lyapunov pada sistem linear waktu diskrit atas Ring komutatif*, Proseding SIMaNI (Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai Islami, 2017.
- [5] S. Watanabe, *Min-Plus Algebra and Networks*, RIMS Kôkyûroku Bessatsu. 2014;47.
- [6] P. L. Poplin, 'The Semiring of Multisets'. A thesis submitted to the Graduate Faculty of North Caroline State University, 2000.
- [7] P. Narendran, *Solving Linear Equations Over Polynomial*, "11 th Anual IEEE Symposium on Logic in Computer Science", IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA (2013), 466–472.
- [8] W. C. Brown, *Matrices over Commutative Rings*. New York : Marcel Dekker, Inc., 2001.

KETERANGAN

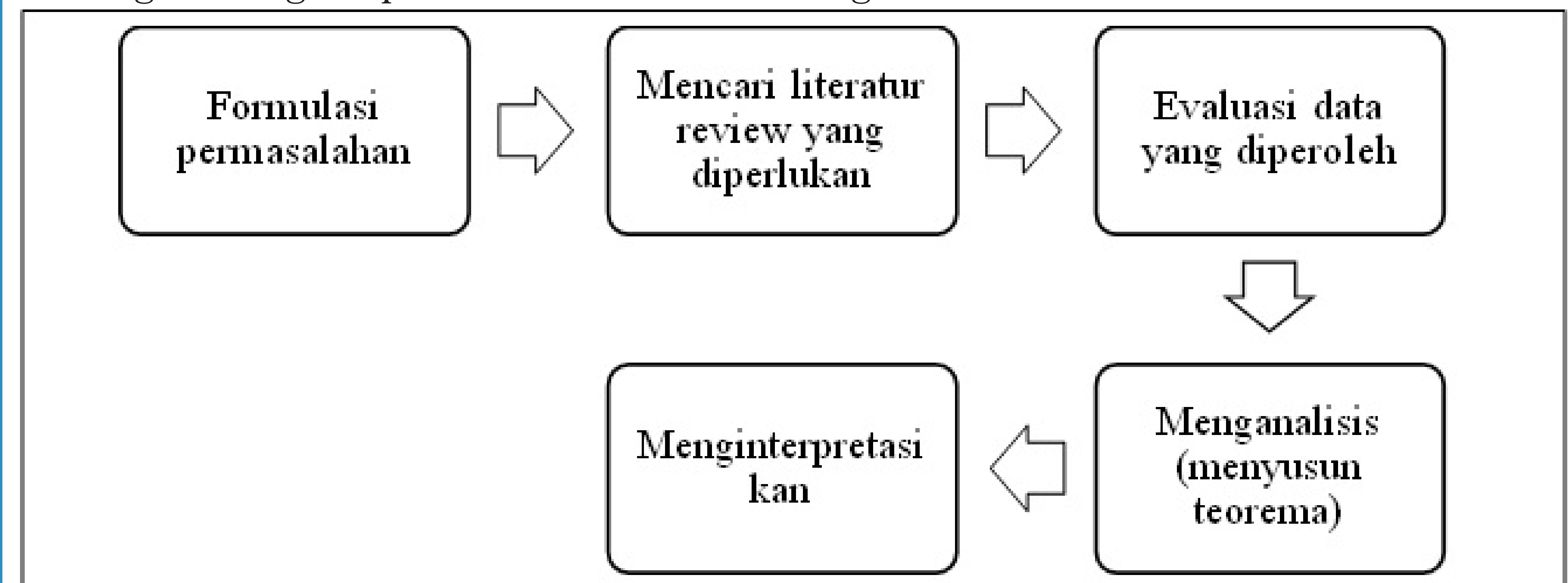
Poster ini merupakan hasil penelitian yang didanai oleh LPPM Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya dalam skema Penelitian Internal Dana Fakultas Tahun Anggaran 2024.

METODE PENELITIAN

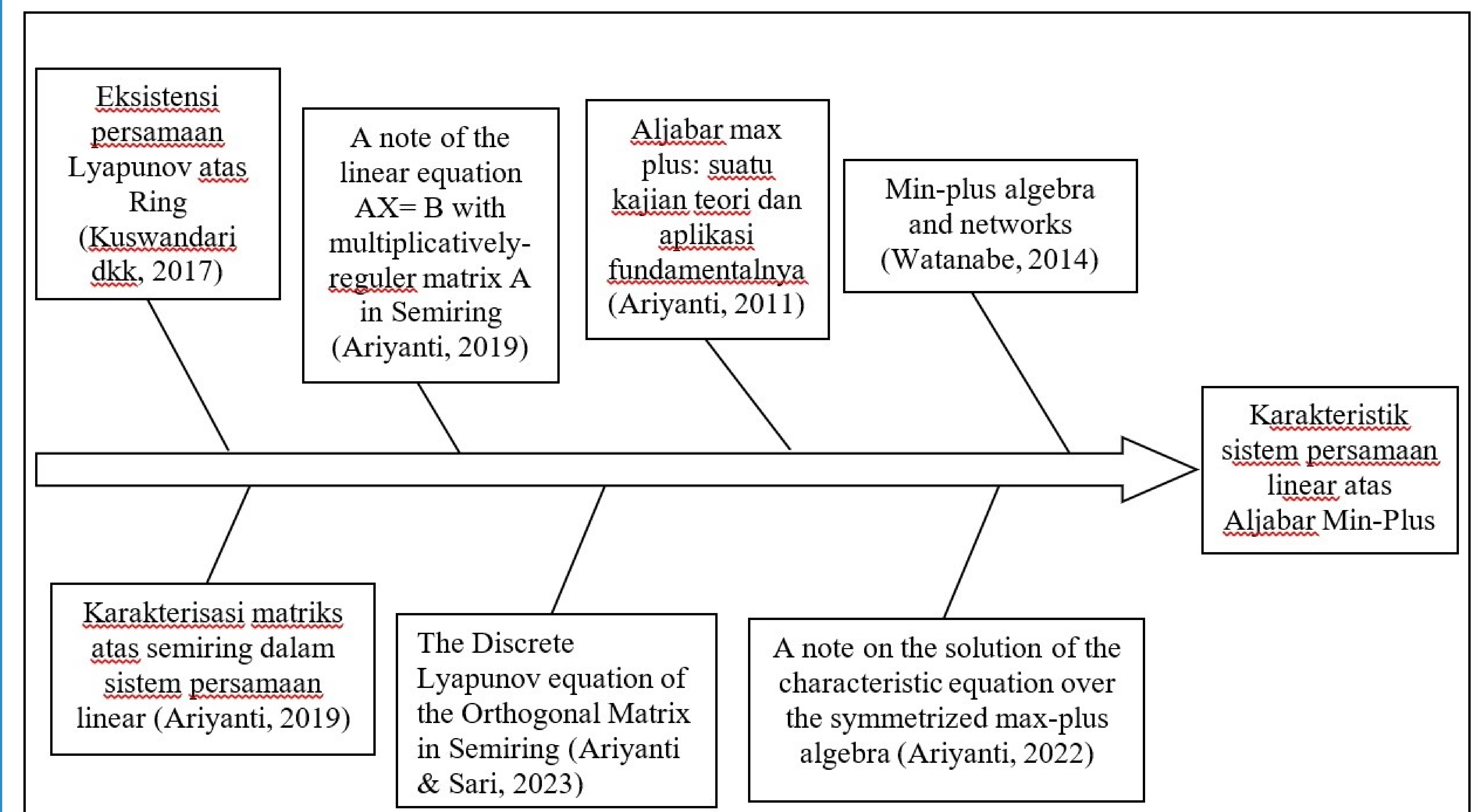
Penelitian dasar ini mencakup prinsip dasar yang didasarkan atas studi literatur, merumuskan sifat, dan karakteristik yang diperlukan sampai dengan pembuktian konsep atau teorema baru secara analisis. Dalam mengembangkan suatu gagasan diperlukan kajian-kajian teoritis dari buku atau jurnal ilmiah. Penelitian Dasar ini berorientasi kepada perumusan kaidah atau karakteristik suatu sistem linear dan matriks atas aljabar min-plus.

HASIL

Langkah-langkah penelitian diberikan dalam gambar berikut.



Tahapan dalam mengembangkan karakteristik penyelesaian sistem linear atas aljabar min-plus dengan menyatakan sebagai bentuk matriks dan selanjutnya menganalisis invers matriks, khususnya invers matriks tergeneralisasi. Proses perumusan teorema didasarkan pada hasil-hasil penelitian terdahulu yang mendukung ide pengembangan teori baru.



Beberapa hasil terkait pengembangan karakterisasi penyelesaian sustem linear atas aljabar min-plus, yaitu:

1. Jika $A \in \mathbb{R}_{min}^{n \times n}$ dan $b \in \mathbb{R}_{min}^n$ maka persamaan $A \otimes x = b$ mempunyai penyelesaian jika dan hanya jika $A(A^\#(b)) = b$. Dengan kata lain, penyelesaiannya adalah $x = A^\#(b)$.
2. Untuk matriks $A \in \mathbb{R}_{min}^{n \times n}$ maka matriks $B \in \mathbb{R}_{min}^{n \times n}$ dikatakan invers tergeneralisasi dari matriks A jika memenuhi $A \otimes B \otimes A = A$.

KESIMPULAN

Dalam simpulan ini, diperoleh sifat bahwa permutasi diperlukan untuk menentukan matriks invers dalam aljabar min-plus. Selain itu, diperoleh beberapa teorema yang menunjukkan karakteristik invers matriks atas aljabar min-plus, khususnya matriks umum. Karakterisasi tersebut diperoleh dengan mempertimbangkan karakteristik solusi sistem persamaan linear atas aljabar min-plus.